

שאלות :

שאלה ראשונה :

נתונה התפלגות משקל האבטיחים

משקל האבטיח	מספר האבטיחים
0-40	50
40-80	20
80-100	30
100-110	20

- א. מצא את השכיח, החציון, הממוצע והעשירון העליון (האחוזון ה-90) .
 ב. מצא את סטיית התקן של האבטיחים.
 ג. נתון שהייתה טעות ועשרה אבטיחים מהמחלקה האחרונה היו במשקל של 90 . נתח ללא חישוב מה יקרה לממוצע לחציון ולסטיית התקן.

שאלה שנייה (לחכמים):

נתונה הטבלה הבאה המתארת התפלגות שעות דיבור בפלאפון של 400 סטודנטים :

שעות דיבור בפלאפון	מספר סטודנטים
2-5	
5-10	
10-17	
17-22	
22-25	

נתון כי התפלגות השעות היא סימטרית. נתון כי האחוזון ה-10 הוא 5 שעות והאחוזון ה-75 הוא 17 שעות .

- א. השלם את טבלת השכיחויות וחשב את הממוצע, החציון, השכיח, סטיית התקן.
 ב. כעת התברר כי חברות הסלולארי נתנו שעה נוספת חינם לסטודנטים ענה ללא חישוב כיצד ישתנו המדדים בסעיף א'.
 ג. כעת התברר כי חלה טעות ומחלקה 2-5 הייתה צריכה להיות 3-5 ומחלקה 22-25 היה צריך להיות 22-23. ענה ללא חישוב כיצד ישתנה הממוצע החציון וסטיית התקן של ההתפלגות (יחסית לסעיף א')?
 ד. התברר כי ממוצע השעות בשאר האוכלוסייה זהה לממוצע הסטודנטים. בהנחה שהתפלגות שאר האוכלוסייה היא א סימטרית שמאלית האם החציון החדש זהה, גדול או קטן מחציון הסטודנטים ?

שאלה שלישית (הסתברות או שכיחות יחסית):

נתונה התפלגות של משקל תפוחים

משקל התפוח	מספר התפוחים	שכיחות יחסית
20-40		0.2
40-80		0.35
80-100		0.25
100-110		0.12
110-115		

- א. חשב את החציון השכיח, הממוצע והשונות של משקל התפוחים .
 ב. חשב את הרבעון התחתון (אחוזון 25)
 ג. נתון כי במחלקה האמצעית ישנם 50 תפוחים . מלא את החסר בטבלה.

תשובות:

שאלה ראשונה:
 נבצע טבלת עזר :

X	נ.אמצע	f(x) (שטח)	F(x)	רוחב	צפיפות = $\frac{f(x)}{\text{רוחב}}$ = גובה
0-40	20	50	50	40	1.25
40-80	60	20	70	30	0.50
80-100	90	30	100	20	1.5
100-110	105	20	120	10	2

השכיח = המחלקה הגבוהה ביותר = 105 .

$$\text{הממוצע} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i f(x)}{n} = 58.3$$

החציון : שלב ראשון נאתר את המחלקה: $n/2=120/2=60$. המחלקה הראשונה שבה F עובר את 60 היא המחלקה השנייה. נציב בנוסחה:

$$Md = Lo + (n/2 - F(x-1))/d = 40 + (60 - 50)/0.5 = 60$$

העשירון העליון : שלב ראשון נאתר את המחלקה: $n*90/100=108$. המחלקה הראשונה שבה F עובר את 108 היא המחלקה האחרונה. נציב בנוסחה:

$$C(90) = Lo + (n90/100 - F(x-1))/d = 100 + (108 - 100)/2 = 104$$

ב. סטיית תקן: נחשב לפי הנוסחה: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i)^2 * f(x) - n\bar{X}^2}{n}$ ונקבל שהשונות שווה 1226 וסטית התקן שווה : **35**

ג. ללא חישוב: הממוצע ירד בגלל שהייתה ירידה בערך התצפיות, החציון לא השתנה כי אין שינוי ב-50% מהתצפיות התחתונות, סטיית התקן ירדה בגלל שתצפיות קיצוניות (בקצה הימני) הפכו קיצוניות פחות והקטינו את השוני באוכלוסיה.

שאלה שנייה:

א. בגלל שהתפלגות היא סימטרית אז הממוצע שווה לחציון ושווה לאמצע ההתפלגות $13.5 = (25+2) / 2$

מילוי הטבלה:

אחוזון 10 שווה ל-5 שעות זה אומר ש-10% מהאוכלוסייה היא פחות מ-5 שעות. 10% כפול 400 = 40 סטודנטים. ולכן במחלקה הראשונה נמצאים 40 סטודנטים. בגלל הסימטריה גם במחלקה האחרונה יש 40 סטודנטים. האחוזון ה-75 אומר ש-25% מהאוכלוסייה נמצאת מעליו. 25% מתוך 400 זה 100 סטודנטים שנמצאים מעל 17 שעות מכאן שבמחלקה בין 17-22 ישנם 60 סטודנטים. בגלל הסימטריה גם למחלקה השנייה מהתחלה יש 60 סטודנטים מכאן נשארו 200 סטודנטים שנמצאים במחלקה האמצעית. נבצע את טבלת העזר :

X	f(x) (שטח)	F(x)	נ.אמצע	רוחב	צפיפות = $\frac{f(x)}{\text{רוחב}}$ = גובה
2-5	40	40	3.5	3	13.33
5-10	60	100	7.5	5	12
10-17	200	300	13.5	7	28.57
17-22	60	360	19.5	5	12
22-25	40	400	23.5	3	13.33

המחלקה הגבוהה ביותר היא המחלקה האמצעית ולכן השכיח הוא 13.5.

סטיית תקן: נחשב לפי הנוסחה: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i)^2 * f(x) - n\bar{X}^2}{n}$ ונקבל שהשונות שווה 30.8 וסטית התקן שווה : **5.549**

- ב. הוספת מספר קבוע מגדילה את כל מדדי המרכז (חציון, שכיח וממוצע) באותו מספר קבוע במקרה הזה בשעה ולכן המדדים החדשים יהיו שווים 14.5 שעות. סטיית התקן לא משתנה כי **כולם** קיבלו את השעה הזו ולכן **הפערים** באוכלוסיה לא השתנו.
- ג. המחלקות הקיצוניות התקרבו יותר לכיוון אמצע ההתפלגות ולכן סטיית התקן (הפערים) תקטן. החציון לא השתנה מאחר והמיקום שלו לא השתנה (עדין אותו מספר סטודנטים) והמחלקה בא הוא נמצא לא השתנתה. הממוצע השתנה כי לא היה שינוי זהה בשתי המחלקות בעוד שהמחלקה הראשונה עלתה באחד המחלקה האחרונה ירדה בשתיים ולכן הממוצע ירד.
- ד. הממוצע מושפע מערכים קיצוניים ולכן בהתפלגות א סימטרית שמאלית הממוצע יהיה קטן יחסית לחציון. מכאן החציון בשאר האוכלוסייה גבוה מחציון הסטודנטים.

שאלה שלישית:

א. שכיחות יחסית זה ההסתברות. סה"כ ההסתברות שווה לאחד ולכן במחלקה האחרונה ההסתברות היא 0.08 נבצע טבלת עזר :

X	f(x)/n=p	F(x)/n	נ.אמצע	רוחב	צפיפות = $\frac{f(x)}{\text{רוחב}}$ = גובה
20-40	0.2	0.2	30	20	0.01
40-80	0.35	0.55	60	40	0.00875
80-100	0.25	0.80	90	20	0.0125
100-110	0.12	0.92	105	10	0.012
110-115	0.08	1	112.5	5	0.016

לפי טבלת העזר נחשב את הממוצע לפי הנוסחה הבאה: $\sum_{i=1}^n p * x_i$ ונקבל **71.1**. נחשב את השונות לפי הנוסחה

$$745.29 = \sum_{i=1}^n p * x_i^2 - \bar{X}^2$$

סטית התקן שווה : **27.3**. השכיח שווה ל-**112.5** מאחר ובמחלקה זו הגובה הכי גבוה.

חציון נמצא בהסתברות המצטברת של 0.5 מכאן הוא נמצא במחלקה השנייה:

$$Md = Lo + (n/2 - F(x-1))/d = 40 + (0.5 - 0.2)/0.00875 = \mathbf{74.28}$$

ב. הרבעון התחתון נמצא בהסתברות מצטברת של 0.25 ולכן הוא במחלקה השנייה.

$$\text{אחוזון} = Lo + (n * \text{אחוזון} / 100 - F(x-1))/d = 40 + (0.25 - 0.2)/0.00875 = 45.71$$

ג. נתון ש- $f(x) = 50$ במחלקה האמצעית. נשתמש בנוסחה של שכיחות יחסית: $p = f(x)/n \leftarrow 0.25 = 50/n \leftarrow n = 200$ מכאן נמלא את הטבלה כאשר $f(x) = p * 200$. ונקבל :

משקל התפוח	מספר התפוחים	שכיחות יחסית
20-40	40	0.2
40-80	70	0.35
80-100	50	0.25
100-110	24	0.12
110-115	16	0.08